ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

7(191) 2012

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с ноября 1995 г.

УЧРЕДИТЕЛЬ
Издательство "Новые технологии"

СОДЕРЖАНИЕ

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу **http://novtex.ru/IT.**
Журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования.
Журнал входит в Перечень научных журналов, в которых по рекомендации ВАК РФ должны быть опубликованы научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

ДИСКУССИОННЫЙ КЛУБ

УДК 519.72

В. Б. Вяткин, канд. техн. наук,
г. Екатеринбург,
e-mail: vbvvbv@yandex.ru

Информационно-квантовые характеристики и отраженные образы конечных множеств

С позиций синергетической теории информации рассматриваются квантовые аспекты информации, отражаемой конечными множествами элементов. При этом вводятся в рассмотрение такие понятия, как кванты информации и кванты отражения, биты отражения и их квантовая емкость, отраженные образы множеств и информационные границы их существования.

Ключевые слова: *количество информации, синтропия, бит, квант, конечное множество, отраженный образ*

Введение

В работах [1, 2] представлена синергетическая теория информации, в которой за информацию принимаются сведения о конечном множестве как едином целом. При этом независимо от традиционных подходов к определению количества информации [3—5] получены формула информации I_A, самоотражаемой произвольным конечным множеством A, и формула количества информации I_{AB}, которую отражают (воспроизводят) друг о друге как о целостном образовании два пересекающихся множества A и B:

$$I_A = \log_2 M_A; \tag{1}$$

$$I_{AB} = \frac{M_K^2}{M_A M_B} \log_2 M_K, \tag{2}$$

где $K = A \cap B$; M_A, M_B, M_K — число элементов в составе множеств A, B, K.

В настоящей статье на основе формул (1) и (2) рассматриваются квантовые аспекты информации и проводится соответствующий анализ особенностей отражения друг через друга двух пересекающихся конечных множеств. При этом для повышения адекватности понимания излагаемого материала и исключения терминологической путаницы предварительно даются разъяснения как относительно употребления некоторых терминов, так и относительно формального подобия различных информационных мер.

Терминологические замечания

- Прежде всего, нужно оговориться, что синергетическая теория информации обязана своим названием не научной дисциплине *синергетика*, основанной Г. Хакеном и изучающей самоорганизацию открытых динамических систем [6], а исходному значению слова синергетика, которое в переводе с греческого языка означает *совместный*, *согласованно действующий*. Дело в том, что в данной теории рассматриваются информационные аспекты отражения конечных множеств как целостных образований. Элементы множеств при этом принимают участие в информационных процессах отражения одновременно всей своей совокупностью без какого-либо выделения любого из них в качестве самостоятельного события, результата испытания и т. п., как это принято делать в традиционной теории информации. Поэтому включение в название указанной теории слова *синергетическая* представляется вполне оправданным. Также можно заметить, что аналогичным образом обосновывал использование слова *синергетика* и Г. Хакен, говоря: "Я назвал новую дисциплину "синергетикой". В ней исследуется совместное действие многих подсистем, в результате которого на макроскопическом уровне возникает структура и соответствующее функционирование." [6, с. 15]. Примечательно, что при этом в арсенал познавательных средств синергетики была включена существующая теория информации.
- На первый взгляд может показаться, что формула самоотражаемой множеством информации (1) представляет собой информационную меру Р. Хартли [4], взятую при единичном выборе и двоичном основании логарифма, к которой при одинаковой вероятности событий сводится также информационно-энтропийная мера К. Шеннона [5]:

$$H = \log_2 N, \tag{3}$$

где N — разнообразие элементов множества по какому-либо признаку $P = P_1, P_2, ..., P_N$.

Между тем формулы (1) и (3) получены различными путями и имеют только внешнее формально-математическое сходство, что видно хотя бы из того, что их аргументы M_A и N характеризуют множество с разных сторон. Соответственно, в одной и той же ситуации I_A и H в общем случае имеют различные значения, причем $H \leqslant I_A$. В этом можно убедиться на примере буквенных последовательностей конечной длины, информационные оценки которых по формулам (1) и (3) приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

№	Буквенная последовательность	M_A	N	I_A	H
1	*a, b, c, d, e, f, g, h*	8	8	3	3
2	*a, a, b, b, c, c, d, d*	8	4	3	2
3	*a, a, a, a, b, b, b, b*	8	2	3	1
4	*a, a, a, a, a, a, a, a,*	8	1	3	0

Таблица 2

№	Буквенная последовательность	M_A	N	I_A	H
1	*a, b*	2	2	1	1
2	*a, a, b, b*	4	2	2	1
3	*a, a, a, a, b, b, b, b*	8	2	3	1

Из табл. 1 видно, что I_A не зависит от разнообразия букв, образующих последовательность, а табл. 2, в свою очередь, показывает, что H не зависит от общей длины буквенной последовательности. Иначе говоря, самоотражаемая множеством информация (1) и информационная мера Р. Хартли (3) инвариантны относительно друг друга, а их значения равны между собой только в частном случае, когда $M_A = N$.

◆ Количественные аспекты информации в проводимых исследованиях рассматриваются с позиций воспроизведения конечных множеств как друг через друга (I_{AB}), так и через самих себя (I_A), т. е. с позиций отражения. Тем самым, в определенной мере формализуются философские воззрения о неразрывной взаимосвязи понятия информации с категорией отражения. Впервые на эту взаимосвязь указал в 1959 г. И. Б. Новик [7], а наиболее обстоятельное ее рассмотрение провел в ряде своих работ А. Д. Урсул [8—10], который пришел к заключению, что информацию "можно определить в самом общем случае как отраженное разнообразие" [8, с. 284]. Но при этом было оговорено, что "при определении тех или иных особенных форм понятия информации более важным может оказаться не признак разнообразия, а какой-либо иной" [10, с. 29]. К таким "особенным формам" относятся информации I_A и I_{AB}, которые, как это следует из предыдущего пункта настоящего раздела, не могут интерпретироваться как *отраженное разнообразие*. Эти разновидности информации связаны с объединением всех элементов множества в единое неделимое целое, и, соответственно, в философском отношении понятие информации в данных разновидностях выступает как *отраженное целое*.

◆ В предыдущих работах по анализу информационных аспектов отражения конечных множеств [1, 2, 11—14] информация I_{AB}, отражаемая друг о друге двумя пересекающимися множествами, именовалась как *негэнтропия отражения*. Это вносило определенную путаницу в общее понимание термина *негэнтропия*, введенного в научный обиход Л. Бриллюэном [15] в качестве замены словосочетания отрицательная энтропия, которым пользовался Э. Шредингер [16]. Чтобы исключить такую путаницу в дальнейшем и тем самым дистанцироваться от работ Л. Бриллюэна, необходимо отказаться от использования в синергетической теории информации термина негэнтропия, заменив его иным, более адекватно соответствующим содержательной сущности формулы (2). В качестве такой замены в настоящей статье используется греческое слово *синтропия* (*syntropy*), которое может быть переведено на русский язык как *взаимная связь образов, совместный путь, сродство* (приставка *syn*- соответствует приставке *со*-, а корень *trop* может иметь ряд значений, среди которых *образ, путь, манера*). То есть в нижеследующем изложении информация I_{AB} именуется как *синтропия отражения,* или просто *информационная синтропия.*

Ранее термин *синтропия* в теории информации не применялся, но имеются прецеденты его использования в других областях. Впервые данный термин стали использовать в 1921 г. немецкие педиатры М. Пфаундлер и В. фон Зехт [17], которые назвали синтропией "взаимную склонность, притяжение" двух болезней. Термин был воспринят медицинским сообществом и сейчас довольно широко используется в медицинской практике, в том числе при проведении генетических исследований [18]. Позднее, в 1942 г. итальянский математик Л. Фантаппи при попытке создать объединенную теорию физического и биологического мира [19] назвал синтропией то, что противоположно по смыслу энтропии. Однако работы Л. Фантаппи не увенчались большим успехом и его синтропия не нашла широкого распространения, "уступив дорогу" негэнтропии Л. Бриллюэна. В отличие от указанных синтропий информационная синтропия (2) выражает взаимосвязь абстрактных множеств, в силу чего она имеет более универсальный характер и может использоваться в различных предметных областях. (Например, формула (2) может служить количественной характеристикой синтропии Пфаундлера—Зехта, если за M_A, M_B, M_K принять соответствующее число людей с заболеваниями A и/или B.)

Кванты информации

При последовательном увеличении числа элементов конечного множества на единицу множество пробегает соответствующий ряд состояний, в каждом из которых количество самоотражаемой им информации по отношению к предыдущему состоянию, в соответствии с выражением (1), увеличивается на некоторую величину. Так как число элементов конечного множества может принимать только целочисленные значения, то это увеличение происходит отдельными порциями ΔI, или квантами. То есть информация I_A, которую множество A отражает о самом себе как едином целом, при увеличении числа его элементов от $M_A = k$ до $M_A = k + 1$, где k — любое целое число, возрастает на квант информации ΔI_k, равный

$$\Delta I_k = I_A\big|_{M_A = k+1} - I_A\big|_{M_A = k} =$$
$$= \log_2(k+1) - \log_2 k = \log_2\left(1 + \frac{1}{k}\right). \qquad (4)$$

На основе выражения (4) кванту информации можно дать следующее определение: *квант информации — это порция информации, которую приобретает конечное множество при увеличении числа своих элементов на единицу.*

Из формулы (4) видно, что квант информации является переменной величиной, которая монотонно убывает с ростом числа элементов множества. При этом в силу того, что $M_A = 1 \Rightarrow I_A = 0$, первый квант информации ΔI_1 появляется при увеличении числа элементов множества от одного до двух. Отсюда следует, что информация I_A, самоотражаемая конечным множеством A с числом элементов M_A, может быть представлена в виде суммы из $(M_A - 1)$ квантов информации различной величины:

$$I_A = \sum_{k=1}^{M_A - 1} \log_2\left(1 + \frac{1}{k}\right) = \log_2 \prod_{k=1}^{M_A - 1}\left(1 + \frac{1}{k}\right). \qquad (5)$$

При этом отметим, что выражение (5) равносильно формуле самоотражаемой информации (1), в чем легко убедиться, представив произведение под знаком логарифма в данном выражении в развернутом виде:

$$\prod_{k=1}^{M_A - 1}\left(1 + \frac{1}{k}\right) =$$
$$= \left(\frac{1+1}{1}\right)\left(\frac{2+1}{2}\right)...\left(\frac{M_A - 2 + 1}{M_A - 2}\right)\left(\frac{M_A - 1 + 1}{M_A - 1}\right) = M_A.$$

Средняя величина квантов самоотражаемой информации соответственно равна

$$\overline{\Delta I} = \frac{I_A}{M_A - 1} = \frac{\log_2 M_A}{M_A - 1}. \qquad (6)$$

Элементы множества принимают участие в его отражении всей своей совокупностью без какого-либо индивидуального выделения и, соответственно, вклад каждого элемента в самоотражаемую множеством информацию, в общем случае, не может быть оценен с помощью того или иного кванта информации. Строго говоря, для такой оценки не может использоваться и средняя величина информационных квантов (6), так как число последних на единицу меньше, чем общее число элементов множества и, соответственно, относя эту среднюю величину к каждому элементу множества, при обратном суммировании результатов мы всегда будем получать завышенное значение самоотражаемой информации. Поэтому вклад каждого элемента в самоотражаемую множеством информацию будем оценивать с помощью удельной информации, которую назовем квантом отражения (q). То есть квант отражения q_A множества A, состоящего из M_A элементов, равен

$$q_A = \frac{I_A}{M_A} = \frac{\log_2 M_A}{M_A}. \qquad (7)$$

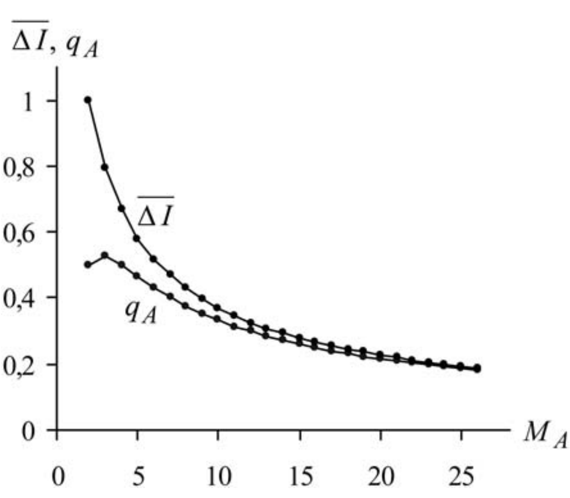

Рис. 1. Зависимость $\overline{\Delta I}$ и q_A от M_A

В соответствии с формулой (7) дадим кванту отражения следующее определение: *квант отражения — это часть информации, самоотражаемой конечным множеством, которая приходится на каждый его элемент.*

Из сравнения выражений (6) и (7) следует, что при $M_A \gg 1$ квант отражения по своей величине становится практически неотличимым от среднего значения квантов информации и при увеличении числа элементов асимптотически приближается к нему снизу, что иллюстрирует рис. 1.

Из приведенного рисунка видно, что кванты отражения при $M_A = 3$ имеют максимальное значение ($q_A^{\max} = \log_2 3/3 = 0{,}528$), после которого с ростом числа элементов множества монотонно убывают. Это объясняется тем, что выражение (7) представляет собой сужение функции $f(x) = \log_a x/x$, $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$ на множество натуральных чисел при $a = 2$, а число 3 является наиболее близким натуральным числом к точке экстремума данной функции $x_0 = \mathbf{e} = 2{,}718...$[1]

[1] В соответствии с необходимым условием экстремума функции

$$\frac{d}{dx}f(x) = \frac{1 - \ln a \log_2 x}{x^2 \ln a} = 0, \text{ откуда } x_0 = a^{\frac{1}{\ln a}} = \mathbf{e}.$$

Квантовые функции (4)—(7) совместно с самоотражаемой информацией (1) дают вполне исчерпывающее информационно-количественное описание отдельно взятого конечного множества одинаковых по некоторому признаку элементов, для стандартизации которого необходимо определиться с тем, что следует считать единицей измерения информации в проводимых информационно-теоретических исследованиях.

Биты отражения

В традиционных логарифмических мерах информации (комбинаторной и вероятностной) основание логарифмов является произвольным, что допускает использование различных единиц измерения информации (двоичных, десятичных, натуральных и т. п.). Наибольшей популярностью, в силу технического удобства, используются логарифмы с основанием два, а получаемые при этом двоичные единицы традиционно именуются битами. То есть, 1 бит = $\log_2 2$. Так как в комбинаторном и вероятностном подходах информация атрибутивно связана с процедурами выбора [3—5], то содержательно бит обычно интерпретируется как количество информации, получаемой при выборе одной из двух равновероятных возможностей.

В синергетических мерах информации (1) и (2) основание логарифмов может быть равно только двум [1] и, соответственно, единицей измерения может также служить бит. При этом одному биту соответствует равенство $I_A = 1$, которое выполняется при $M_A = 2$. Вместе с тем, поскольку в синергетическом подходе к количественному определению информации [1], в отличие от вероятностного и комбинаторного подходов, рассматривается иной (не связанный с выбором) вид информации, то бит здесь должен иметь и иную содержательную интерпретацию. Поэтому, чтобы отличать друг от друга численно равные количества различных видов информации, будем называть единицу измерения в синергетической теории информации битом отражения, который определим следующим образом: *бит отражения — это количество информации, которую отражает о самом себе как едином целом множество из двух элементов.* Рассматривая эту единицу измерения информации с квантовых позиций (4), можно также сказать, что бит отражения равен максимальному кванту информации, который образуется при увеличении числа элементов множества от одного до двух.

На основе сказанного бит отражения может быть представлен в следующем виде:

$$1 \text{ бит отражения} = I_A\big|_{M_A = 2} = \Delta I^{\max} = \log_2 2. \quad (8)$$

Из сравнения выражений (7) и (8) следует, что бит отражения является более крупной информационной величиной, чем квант отражения. При этом, если бит отражения всегда равен единице, то величина кванта отражения изменяется в зависимости от числа элементов отражаемого множества. Это позволяет при рассмотрении отражения конкретных множеств характеризовать биты отражения со стороны их квантовой емкости C, под которой будем понимать число квантов отражения, соответствующих одному биту. То есть квантовая емкость C_A одного бита отражения множества A с числом элементов M_A равна

$$C_A = \frac{1 \text{ бит отражения}}{q_A} = \frac{M_A}{\log_2 M_A}. \quad (9)$$

Из выражения (9) также следует, что квантовая емкость C_A увеличивается с ростом числа элементов M_A и показывает, сколько элементов множества A приходится на один бит его отражения. Это открывает путь для непосредственной оценки числа элементов одного множества, отраженного через пересекающееся с ним другое множество.

Отраженные образы множеств

При рассмотрении отражения друг через друга двух пересекающихся конечных множеств A и B (рис. 2) перед нами неизбежно встает вопрос о том, в каком виде воспроизводится при этом каждое из множеств. Иначе говоря, нас интересуют отраженные образы множества A через множество B ($A^{A \to B}$) и множества B через множество A ($B^{B \to A}$).

Собственно о множествах A и B помимо того, что они выделены по некоторым отличительным признакам P_A и P_B, нам известно только то, что число элементов в их составе равно M_A и M_B. Поэтому поставленный вопрос сводится к задаче определения числа элементов $M_{A^{A \to B}}$ и $M_{B^{B \to A}}$, в составе образов $A^{A \to B}$ и $B^{B \to A}$ соответственно.

Предварительно отметим, что число элементов в составе каждого из множеств A и B может быть оценено уже с помощью синтропии отражения I_{AB}:

$$I_{AB} \geqslant 1 \Rightarrow M_A \geqslant 2^{I_{AB}},\ M_B \geqslant 2^{I_{AB}}. \quad (10)$$

Условие $I_{AB} \geqslant 1$ в выражении (10) обусловлено тем, что поскольку $K \subset A$, $K \subset B$, то из формулы (2) следует, что при любом $I_{AB} > 0$ число элементов в составе множеств A и B не может быть меньше двух. Но независимо от данного условия величина $2^{I_{AB}}$ не может быть принята за число элементов

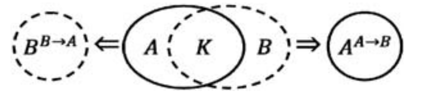

Рис. 2. Модель отражения конечных множеств *A* и *B* друг через друга

в составе отраженных образов $A^{A \to B}$ и $B^{B \to A}$. В качестве причины этого укажем следующее. Во-первых, одному и тому же значению синтропии I_{AB} могут соответствовать различные совокупности значений M_A и M_B (даже при постоянстве M_K), и логично потребовать, чтобы каждая такая совокупность формировала свои отраженные образы $A^{A \to B}$ и $B^{B \to A}$. Во-вторых, в квантовом отношении значения синтропии I_{AB} в общем случае неравноценны по отношению к каждому из множеств A и B, что должно также учитываться при определении $M_{A^{A \to B}}$ и $M_{B^{B \to A}}$.

В соответствии со сказанным естественным решением задачи определения $M_{A^{A \to B}}$ и $M_{B^{B \to A}}$ выглядит произведение квантовой емкости битов отражения на величину синтропии отражения. Действительно, квантовая емкость (9) показывает, сколько элементов отражаемого множества приходится на один бит его отражения, а синтропия (2) выражает число этих битов, воспроизведенное через отражающее множество. В соответствии с этим число элементов в отраженных образах $A^{A \to B}$ и $B^{B \to A}$ равно (с округлением до ближнего меньшего целого):

$$M_{A^{A \to B}} = C_A I_{AB} = \frac{M_K^2}{M_B} \frac{\log_2 M_K}{\log_2 M_A}; \qquad (11)$$

$$M_{B^{B \to A}} = C_B I_{AB} = \frac{M_K^2}{M_A} \frac{\log_2 M_K}{\log_2 M_B}. \qquad (12)$$

Синтропийная оценка (10) показывает нижний порог возможных значений числа элементов в составе множеств A и B и, соответственно, число элементов (11) и (12) в отраженных образах данных множеств должно быть не ниже этого порога. Иначе говоря, должны выполняться неравенства

$$I_{AB} \geqslant 1 \Rightarrow M_{A^{A \to B}} \geqslant 2^{I_{AB}}, \; M_{B^{B \to A}} \geqslant 2^{I_{AB}}. \qquad (13)$$

Докажем, что эти неравенства действительно выполняются, для чего на примере $M_{A^{A \to B}}$ подставим его значение из (11) в (13) и прологарифмируем полученное выражение. В результате этой операции получаем:

$$\log_2 M_A - \log_2(\log_2 M_A) + \log_2 I_{AB} \geqslant I_{AB}.$$

Делая необходимые перестановки, приходим к неравенству

$$\log_2 M_A - I_{AB} \geqslant \log_2(\log_2 M_A) - \log_2 I_{AB}.$$

Так как $\log_2 M_A = I_A \geqslant I_{AB}$, то последнее неравенство при $I_{AB} \geqslant 1$ является очевидным, что доказывает справедливость неравенств (13).

Проведем теперь сравнение отраженных образов $A^{A \to B}$ и $B^{B \to A}$, которое может быть осуществлено с двух сторон: со стороны соотношения образов по числу элементов и со стороны их соответствия исходным множествам A и B. В первом случае вследствие того, что квантовые емкости C_A и C_B увеличиваются по мере роста числа элементов M_A и M_B, из выражений (11) и (12) следует, что из *отраженных образов двух пересекающихся конечных множеств превосходство по числу элементов имеет образ того множества, у которого большее число элементов.* Во втором случае, принимая за меру соответствия образа оригиналу отношение числа его элементов к числу элементов исходного множества, мы приходим к тому, что эта мера равна относительной синтропии отражения J, характеризующей полноту отражения одного множества через пересекающееся с ним другое множество:

$$\frac{M_{A^{A \to B}}}{M_A} = \frac{M_K^2}{M_A M_B} \frac{\log_2 M_K}{\log_2 M_A} = \frac{I_{AB}}{I_A} = J_{A \to B}; \qquad (14)$$

$$\frac{M_{B^{B \to A}}}{M_B} = \frac{M_K^2}{M_A M_B} \frac{\log_2 M_K}{\log_2 M_B} = \frac{I_{AB}}{I_B} = J_{B \to A}. \qquad (15)$$

Так как I_A и I_B тем больше, чем больше соответственно M_A и M_B, то из выражений (14) и (15) следует вывод о том, что *при отражении друг через друга двух пересекающихся конечных множеств более адекватный отраженный образ имеет то множество, которое состоит из меньшего числа элементов.*

Естественно считать, что отражение пересекающихся множеств A и B, как их воспроизведение друг через друга, существует только тогда, когда их отраженные образы $A^{A \to B}$ и $B^{B \to A}$ не являются пустыми множествами, т. е., когда $M_{A^{A \to B}} \geqslant 1$, $M_{B^{B \to A}} \geqslant 1$. В том случае, когда отраженный образ того или иного множества включает в себя только один элемент, синтропия I_{AB}, как это следует из (11) и (12), равна соответствующему кванту отражения исходного множества: $M_{A^{A \to B}} = 1 \Rightarrow I_{AB} = q_A$ и $M_{B^{B \to A}} = 1 \Rightarrow I_{AB} = q_B$.

Сказанное означает, что условием наличия отражения множеств A и B друг через друга являются неравенства $I_{AB} \geqslant q_A$ и $I_{AB} \geqslant q_B$, откуда следует, что отражение каждого из пересекающихся множеств имеет свою информационную (синтропийную) границу в виде равенства синтропии отражения соответствующему кванту отражения. Это приводит нас к выводу о том, что *если величина синтропии отражения I_{AB} меньше кванта отражения какого-либо из множеств A и B, то по отношению к этому множеству ее значение представляет собой информационный шум.* Образно выражаясь, при выполнении неравенств $0 < I_{AB} < q_A$ и $0 < I_{AB} < q_B$ множества A и B как бы "ощущают" друг друга, но силы (информации) этого "ощущения" недостаточно для того, чтобы воспроизвести их непустые образы.

Особенности взаимного отражения системы и части

Материал предыдущего раздела относится к наиболее общему случаю пересечения множеств A и B, когда $A \neq B$, $K \neq A$, $K \neq B$. Вместе с тем, в практической деятельности мы весьма часто имеем дело с ситуацией, когда, например, множество A рассматривается как автономная дискретная система, а множество B выступает в качестве ее части или подсистемы, т. е. когда $K = B \subset A$. Поэтому остановимся на соответствующих моментах.

Прежде всего отметим, что в данном случае $M_K = M_B$, в силу чего синтропия отражения (2) приобретает вид

$$B \subset A \Rightarrow I_{AB} = \frac{M_B}{M_A}\log_2 M_B. \qquad (16)$$

Соответственно, число элементов в отраженных образах системы A и ее части B согласно (11) и (12) равно

$$B \subset A \Rightarrow \begin{cases} M_{A^{A\to B}} = M_B \dfrac{\log_2 M_B}{\log_2 M_A}; \\ M_{B^{B\to A}} = \dfrac{M_B^2}{M_A}. \end{cases} \qquad (17)$$

Относительная синтропия отражения системы и части друг через друга, в свою очередь, равна

$$B \subset A \Rightarrow \begin{cases} J_{A\to B} = \dfrac{M_B}{M_A}\dfrac{\log_2 M_B}{\log_2 M_A}; \\ J_{B\to A} = \dfrac{M_B}{M_A}. \end{cases} \qquad (18)$$

На основании (17) и (18) ранее сделанные заключения о соотношении отраженных образов множеств по числу элементов и соответствию их оригиналам по отношению к системе и части предстают перед нами в следующем виде: *образ системы, отраженный через ее часть, содержит большее число элементов, чем образ части, отраженный через систему, и полнота отражения части системой больше, чем полнота отражения системы частью.*

Величина синтропии взаимного отражения системы и части (16), в отличие от общего случая пересечения множеств (2), зависит только от значений M_A и M_B. Вследствие этого информационным границам отражения системы и части соответствуют строго определенные соотношения M_A и M_B, которые, согласно (7) и (16), имеют вид

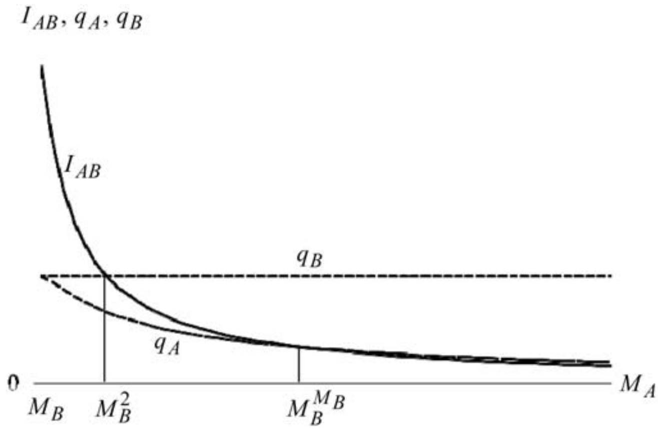

Рис. 3. Зависимость I_{AB}, q_A, q_B от M_A при M_B = const

$$B \subset A \Rightarrow \begin{cases} I_{AB} = q_A \Rightarrow M_A = M_B^{M_B}; \\ I_{AB} = q_B \Rightarrow M_A = M_B^2. \end{cases} \qquad (19)$$

Наглядное представление о соотношениях (19) дает рис. 3, где приведены графики зависимости I_{AB}, q_A, q_B от M_A при фиксированном M_B.

Из рисунка видно, что проекции информационных границ отражения $I_{AB} = q_A$ и $I_{AB} = q_B$ на горизонтальную ось делят область возможных значений M_A на три интервала, каждый из которых по отношению к отраженным образам $A^{A\to B}$ и $B^{B\to A}$ обладает качественным своеобразием:

$$B \subset A \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} M_B \leqslant M_A \leqslant M_B^2 \Rightarrow A^{A\to B},\ B^{B\to A} \neq \varnothing; \\ M_B^2 < M_A \leqslant M_B^{M_B} \Rightarrow A^{A\to B} \neq \varnothing,\ B^{B\to A} = \varnothing; \\ M_A > M_B^{M_B} \Rightarrow A^{A\to B},\ B^{B\to A} = \varnothing. \end{cases} \qquad (20)$$

В содержательном плане из выражения (20) следует, что увеличение системы A за счет элементов, обладающих только признаком P_A, сопровождается тем, что часть B, выделенная по признаку P_B, воспроизводит непустой образ системы несоизмеримо дольше, чем система образ части. При этом уже при переходе числа элементов системы через границу $M_A = M_B^2$ признак P_B становится для системы в информационном отношении несущественным явлением. Вместе с тем, является очевидным, что эта несущественность признака не имеет отношения к системам с малым числом элементов (подобно тому, как не имеет смысла говорить о выполнении второго начала термодинамики в случае небольших совокупностей молекул идеального газа или, например, судить о законе распределения случайной величины по небольшому числу ее наблюденных значений).

Помимо изложенного в информационных взаимоотношениях системы и части (множества и подмножества) обращает на себя внимание тот факт, что отношение M_B/M_A, фигурирующее в выражениях (16)—(18), при достаточно большом M_A может рассматриваться как вероятность $P(B)$ встречи признака P_B среди элементов множества A. В то же время это отношение, с одной стороны, представляет собой относительную синтропию отражения части через систему, а с другой стороны, равно отношению числа элементов отраженного образа части к числу элементов самой части (см. формулы (18) и (17). То есть

$$B \subset A \Rightarrow J_{B \to A} = P(B) = \frac{M_B}{M_A} = \frac{M_{B^{B \to A}}}{M_B}. \qquad (21)$$

Выражение (21) свидетельствует о глубокой взаимосвязи синтропии отражения и отраженных образов конечных множеств с вероятностью случайных событий. Вместе с тем, детальное рассмотрение этой взаимосвязи выходит за рамки настоящей статьи и является предметом отдельных исследований.

Заключение

С позиций синергетической теории информации в статье рассмотрены квантовые аспекты информации, отражаемой конечными множествами элементов. При этом за информацию приняты сведения о конечном множестве как едином целом, а информации, которую отражают друг о друге два пересекающихся множества, дано название *синтропия отражения*. В результате проведенных исследований введены в оборот такие понятия, как квант информации и квант отражения, бит отражения и его информационная емкость, которым даны формализованные определения. Также решена задача оценки числа элементов в отраженных образах пересекающихся конечных множеств и установлены информационные (синтропийные) границы существования этих образов. Последнее может использоваться на практике, например, при решении задач распознавания образов (оценка информативности признаков по адекватности воспроизведения ими эталонных множеств объектов распознавания и минимизация признакового пространства с помощью информационных границ отражения).

В целом изложенный материал является развитием синергетической теории информации и расширяет представления о количественной стороне того вида информации, который существует независимо от управления.

Список литературы

1. **Вяткин В. Б.** Синергетический подход к определению количества информации // Информационные технологии. 2009. № 12. С. 68—73.
2. **Вяткин В. Б.** Введение в синергетическую теорию информации // Информационные технологии. 2010. № 12. С. 67—73.
3. **Колмогоров А. Н.** Три подхода к определению понятия "количество информации" // Проблемы передачи информации. 1965. Т. 1, №1. С. 3—11.
4. **Хартли Р. В. Л.** Передача информации // Теория информации и ее приложения. М.: Физматгиз, 1959. С. 5—35.
5. **Шеннон К.** Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд. иностр. лит., 1963. 830 с.
6. **Хакен Г.** Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с.
7. **Новик И. Б.** В. И. Ленин о единстве мира // Великое произведение воинствующего материализма. М.: Соцэкономиздат, 1959. С. 165—181.
8. **Урсул А. Д.** Природа информации. М.: Политиздат, 1968. 288 с.
9. **Урсул А. Д.** Отражение и информация. М.: Мысль, 1973. 231 с.
10. **Урсул А. Д.** Проблема информации в современной науке. М.: Наука, 1975. 288 с.
11. **Вяткин В. Б.** К вопросу информационной оценки признаков при прогнозно-геологических исследованиях // Известия Уральского горного института. Сер.: Геология и геофизика. 1993. Вып. 2. С. 21—28.
12. **Вяткин В. Б.** Информационно-энтропийный анализ отражения системных объектов // Техногенез и экология: Информационно-тематический сборник. Екатеринбург: УГГГА, 1999. С. 50—68.
13. **Вяткин В. Б.** Информационный закон отражения системных объектов // Проблемы методологии междисциплинарных исследований и комплексного обеспечения научно-исследовательской деятельности. Екатеринбург: УрО РАН. 2001. Вып. 3. С. 24—42.
14. **Вяткин В. Б.** Синергетическая теория информации: общая характеристика и примеры использования // Наука и оборонный комплекс — основные ресурсы российской модернизации. Материалы межрегиональной научно-практической конференции. Екатеринбург: УрО РАН, 2002. С. 361—390.
15. **Бриллюэн Л.** Наука и теория информации. М.: Физматгиз, 1960. 392 с.
16. **Шредингер Э.** Что такое жизнь? Точка зрения физика. М.: Атомиздат, 1972. 88 с.
17. **Pfaundler M., von Seht L.** Weiteres uber Syntropie kindlicher Krankheitzustande // Zeitschr. f. Kinderheilk. 1921, bd. 30. S. 298—313.
18. **Пузырев В. П.** Генетический взгляд на феномен сочетанной патологии у человека // Медицинская генетика. 2008. № 9. С. 3—9.
19. **Fantappiè L.** Principi di una teoria unitaria del mondo fisico e biologico. Rome: Accademia d'Italia. 1942.