Особенности взаимоотношений хаоса и порядка в структуре дискретных систем

Виктор Борисович Вяткин
Екатеринбург
vbvvbv@yandex.ru

Аннотация. *В статье дается критический анализ традиционных представлений о соотношении хаоса и порядка в структуре дискретных систем. Предлагается для оценки структурного порядка и хаоса использовать информационно-синергетические функции в лице аддитивной негэнтропии и энтропии отражения. Показывается, что с помощью данных функций можно оценивать в целом структурную организацию дискретных систем и формализовано классифицировать их по типам, как упорядоченные, синергетичные и хаотичные.*

Ключевые слова. *Хаос, порядок, система, структура, отражение, информация, энтропия, негэнтропия.*

1 Введение

Любая дискретная система с конечным множеством элементов, при ее рассмотрении в плоскости какого-либо признака $P = P_1, P_2, ..., P_k$, в общем случае, по значениям этого признака делится на $N \le k$ частей с различным числом элементов. Образуемая при этом структура системы может быть охарактеризована с помощью таких противоположных понятий как хаос и порядок. То есть, чем большее разнообразие проявляют элементы по значениям признака и, соответственно, чем на большее число частей разделяется система, тем более хаотичной и менее упорядоченной является ее структура.

Наглядной иллюстрацией сказанного служит рис. 1, на котором система, состоящая из 16-ти элементов, характеризуется признаком «направление движения элементов». По значениям этого признака система последовательно принимает 5 состояний, которым соответствует её деление на 1, 2, 4, 8, 16 равновеликих (для простоты) частей. В состоянии на рис. 1а все элементы движутся в одном направлении, и в структуре системы наблюдается идеальный порядок. На рис. 1д имеем полярную противоположность, то есть каждый элемент системы обладает строго индивидуальным направлением движения и структура системы является максимально хаотичной. Состояния системы на рис. 1б,в,г занимают промежуточное положение по отношению к состояниям на рис. 1а,д и характеризуются тем, что в их структуре присутствует как хаотичность, так и упорядоченность.

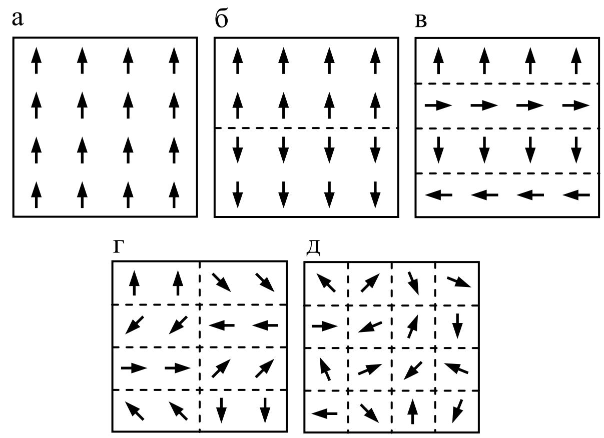

Рис. 1. Деление системы на части по признаку «направление движения элементов»

Актуальность количественной оценки хаоса и порядка при структурном анализе дискретных систем различной природы не вызывает сомнений. Вместе с тем, анализ литературы показывает, что эта оценка традиционно основывается на том, что хаос и порядок равны друг другу, но противоположно направлены. Такой взгляд на соотношение хаоса и порядка в структуре дискретных систем, идущий, главным образом, от работ Э.Шредингера (1943) [1] и Н.Винера (1948) [2], представляется неадекватным реальной действительности, что требует разработки иных методических подходов. В соответствии с этим в настоящей статье проводится критический анализ традиционной оценки хаоса и порядка и предлагается такую оценку осуществлять с помощью синергетической теории информации [3-7], представляющей собой новое направление в исследовании количественных аспектов феномена информации.

2 Критический анализ традиционных взглядов на соотношение хаоса и порядка

Количественная сторона хаоса и порядка в структуре дискретных систем обычно характеризуется с помощью статистической термодинамики или традиционной теории информации. В обоих случаях за меру хаоса принимается энтропия. Причем в термодинамике это энтропия Л.Больцмана, статистически выражающая второе начало и имеющая теоретическое значение при анализе молекулярных множеств, а в теории информации, – энтропия множества вероятностей К.Шеннона, которая служит также и мерой количества информации, передаваемой в виде символьных сообщений по техническим каналам связи [8]. Структурная упорядоченность системы, в свою очередь, оценивается также с помощью энтропии, но только взятой уже с обратным знаком. Короче говоря, принято считать, что хаос (энтропия) и порядок (информация), равны друг другу, но противоположно направлены.

Определяющую роль в таком понимании соотношения между структурным хаосом и порядком сыграли высказывания таких известных ученых, как физик Э.Шредингер и основоположник кибернетики Н.Винер. – Э.Шредингер, рассматривая с физических позиций вопрос о том, что такое жизнь, в отношении термодинамической вероятности, фигурирующей в формуле энтропии Л.Больцмана, писал: «Если D – мера неупорядоченности, то обратную величину 1/D можно рассматривать как прямую меру упорядоченности. Поскольку логарифм 1/D есть то же, что и отрицательный логарифм D, мы можем написать уравнение Больцмана таким образом: $-(\textit{энтропия}) = k\lg(1/D)$» [1, с.75]. Не приводя более каких-либо обоснований, Э.Шредингер делает заключение о том, что «энтропия, взятая с обратным знаком, есть сама по себе мера упорядоченности» [1, с.75]. Аналогичное мнение, но только уже со стороны своего понимания количественных аспектов информации, высказал и Н.Винер, говоря, что «понятие количества информации совершенно естественно связывается с классическим понятием статистической механики – понятием энтропии. Как количество информации в системе есть мера организованности системы, точно также энтропия системы есть мера дезорганизованности системы, одно равно другому, взятому с обратным знаком» [2, с.55].

Эти высказывания известных ученых получили широкое распространение и, найдя поддержку в устоявшемся смысловом дуализме информационно-энтропийной меры К.Шеннона, по существу сформировали энтропийную парадигму о соотношении в структуре системы хаоса и порядка, согласно которой хаос и порядок по своей величине равны друг другу, а их общей мерой является энтропия.

Вместе с тем, анализ состояний системы на рис. 1 позволяет высказать в адрес данной парадигмы ряд критических замечаний. Эти замечания относятся к оценке структурного порядка и сводятся к следующему.

В состоянии системы на рис. 1а какая-либо неупорядоченность, несогласованность в направлении движения элементов отсутствует и, соответственно, энтропия равна нулю. Но, непонятно, почему здесь должна быть равна нулю и оценка наблюдаемого идеального порядка? Такое же противоречие здравому смыслу, при оценке порядка с помощью энтропии, можно видеть и на рис. 1д, где в движении элементов наблюдается полный хаос и энтропия системы является максимальной. О каком отличном от нуля значении порядка мы можем в данном случае вести речь? Более того, при изменении общего числа элементов системы будет также изменяться и максимальное значение энтропии и, если вставать на позиции энтропийной парадигмы, мы каждый раз будем получать новые оценки порядка. Но, как можно получать различные оценки того, чего просто не существует?

В добавление к сказанному, отметим также и промежуточные состояния системы на рис. 1б и 1г, в структуре которых наблюдается как хаотичность, так и упорядоченность. Невооруженным взглядом видно, что здесь, в первом случае, в направлении движения элементов преобладает упорядоченность, а во втором – хаотичность и, соответственно, о каком-либо равенстве значений хаоса и порядка снова говорить не приходится.

Также следует отметить, что критические замечания в адрес оценки упорядоченности систем с помощью энтропии ранее делали и другие исследователи. Например, специалисты в области термодинамики [9], отмечая, что «мера упорядоченности до сих пор остается дискуссионной, даже в части терминологии», указывают на то, что «для характеристики упорядоченности молекулярного множества разумно было бы вообще отказаться от употребления любого словосочетания с термином энтропия» [9, с.258]. Более того, даже оценка одного только хаоса с помощью энтропии Л.Больцмана требует осторожности, так как обзор способов вычисления термодинамической вероятности [10] показывает, что в трудах различных авторов на этот счет нет единого мнения. Соответственно, вставая на ту или иную точку зрения, мы будем получать различные оценки хаоса в одной и той же системной ситуации.

Приведенная критика энтропийной парадигмы оценки хаоса и порядка говорит, главным образом, о том, что хаос и порядок в структуре дискретных систем должны оцениваться с помощью различных функций, значения которых отличались бы величиной, а не знаком. Причем эти функции должны быть взаимосвязаны между собой таким образом, чтобы соотношение получаемых оценок хаоса и порядка изменялось по принципу сообщающихся сосудов, а не являлось зеркально-симметричным, как в энтропийной парадигме Шредингера-Винера.

Такая дифференцированная оценка структурного хаоса и порядка в настоящее время может производиться с помощью синергетической теории информации, предметом познания которой являются информационно-количественные аспекты отражения дискретных систем. В данной теории, при анализе отражения системы через совокупность своих частей, получены функции отраженной и неотраженной информации, с помощью которых в структуре системы можно индивидуально оценивать порядок и хаос, соответственно. При этом отраженная информация именуется как аддитивная негэнтропия отражения, а неотраженная, – как энтропия отражения. Также отмечается, что каждая из этих информационных функций имеет свою непосредственную взаимосвязь с энтропией Л.Больцмана [6], а энтропия отражения, кроме того, математически тождественна энтропии К.Шеннона, но в отличие от последней получена аналитическим путем [3,5].

В нижеследующем изложении, с позиций синергетической теории информации, рассматриваются особенности взаимоотношений хаоса и порядка в структуре дискретных систем.

3 Информационно-синергетические взаимоотношения хаоса и порядка

В синергетической теории информации установлено [3,5], что при отражении дискретных систем через совокупность своих частей, происходит разделение отражаемой информации (I_0) на отраженную и неотраженную части, равные, соответственно, аддитивной негэнтропии (I_Σ) и энтропии отражения (S). Формулы этих разновидностей синергетической информации имеют вид:

$$I_0 = \log_2 M \tag{1}$$

$$I_\Sigma = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{M} \log_2 m_i \tag{2}$$

$$S = -\sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{M} \log_2 \frac{m_i}{M} \tag{3}$$

где: M – общее количество элементов в составе системы, N – число частей системы, m_i – количество элементов в i-й части.

Аддитивная негэнтропия (2) и энтропия отражения (3) соотносятся между собой таким образом, что чем более хаотичной является структура системы, то есть, чем больше частей выделяется в ее составе и чем меньше эти части отличаются друг от друга по числу элементов, тем больше энтропия отражения и меньше аддитивная негэнтропия. И, наоборот, – чем больше порядка в структуре системы, то есть, чем меньше частей в ее составе и чем более доминирует какая-либо часть по числу элементов, тем больше аддитивная негэнтропия и меньше энтропия отражения. Например, рассчитывая для каждого состояния системы на рис.1 по формулам (2) и (3) значения аддитивной негэнтропии и энтропии отражения, последовательно получаем: I_Σ = 4, 3, 2, 1, 0; S = 0, 1, 2, 3, 4. То есть, нарастанию хаоса и уменьшению порядка в структуре системы на рис. 1 соответствует уменьшение значений аддитивной негэнтропии и увеличение значений энтропии отражения. Все это говорит о том, что *аддитивная негэнтропия и энтропия отражения являются разумными мерами структурного порядка и хаоса*.

Аддитивная негэнтропия I_Σ, как отражённая информация, и энтропия отражения S, как неотражённая информация, являются составными частями отражаемой информации I_0 и, соответственно:

$$I_0 = I_\Sigma + S \tag{4}$$

В то же самое время, как было показано, I_Σ и S количественно характеризуют структуру отражаемой системы со стороны её упорядоченности и хаотичности. Поэтому, равенство (4) интерпретируется также в виде следующего выражения:

$$\textit{порядок} + \textit{хаос} = \textit{const}$$

То есть, можно констатировать, что в лице равенства (4) мы имеем *закон сохранения суммы хаоса и порядка*, который справедлив при любых структурных преобразованиях системы. Иначе говоря, *чтобы мы ни делали с системой без изменения общего количества элементов, на сколько бы частей не разбивали её по значениям какого-либо признака и в каком бы соотношении по числу элементов не находились между собой части, сумма хаоса и порядка в структуре системы всегда будет оставаться неизменной*. Например, для вышеописанной системы на рис. 1, по всем состояниям имеем: $I_\Sigma + S = 4$.

Хаотичность и упорядоченность структуры в своей совокупности определяют в целом структурную организацию системы и, соответственно, для ее количественной характеристики может использоваться та или иная функция, аргументами которой являются меры хаоса и порядка. В качестве такой функции структурной организации может использоваться отношение аддитивной негэнтропии к энтропии отражения, которое именуется как *R*-функция:

$$R = \frac{I_\Sigma}{S} \tag{5}$$

То есть значения *R*-функции говорят о том, что и в какой мере преобладает в структуре системы: хаос или порядок. Так, если $R > 1$, то в структуре системы преобладает порядок, в противном случае, когда $R < 1$ – хаос. При $R = 1$ хаос и порядок уравновешивают друг друга, и структурная организация системы является равновесной. Например, для состояний системы на рис. 1 последовательно имеем: $R = \infty$, 3, 1, 0.33, 0.

Аддитивная негэнтропия I_Σ и энтропия отражения *S*, в зависимости от общего количества элементов *M* в составе системы и числа ее частей *N*, могут принимать следующие максимальные и минимальные значения:

$$S^{\max} = \log_2 N \tag{6}$$

$$I_\Sigma^{\min} = \log_2 M - \log_2 N \tag{7}$$

$$I_\Sigma^{\max} = \frac{M - N + 1}{M}\log_2(M - N + 1) \tag{8}$$

$$S^{\min} = \log_2 M - \frac{M - N + 1}{M}\log_2(M - N + 1) \tag{9}$$

Построим графики $I_\Sigma^{\min}$, $I_\Sigma^{\max}$, $S^{\min}$, $S^{\max}$, как функций от *N* при фиксированном *M* и проведём анализ полученной диаграммы на рис.2, которую будем называть *информационным полем отражения дискретных систем*.

Приведённые графики изначально образуют два контура: энтропийный – *abdefha* и негэнтропийный или информационный – *cdfghbc*, которые локализуют соответствующие области всех возможных значений энтропии и аддитивной негэнтропии отражения дискретных систем. Пересечение данных контуров по точкам *b* и *f*, где наблюдаются равенства $I_\Sigma^{\min} = S^{\max}$ и $I_\Sigma^{\max} = S^{\min}$, позволяет по проекциям этих точек на горизонтальную ось выделить три интервала значений *N* (левый, центральный, правый) с присущими каждому интервалу особенностями взаимоотношений I_Σ и *S*. Рассмотрим эти особенности, предварительно определив значения *N*, соответствующие точкам *b* и *f*.

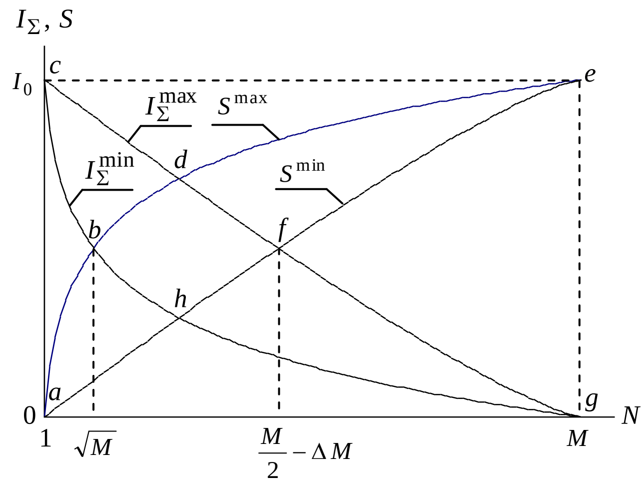

Рис.2 Информационное поле отражения дискретных систем ($M = 100$)

В точке *b*, согласно выражений (6) и (7), имеем уравнение $\log_2 N_b = \log_2 \frac{M}{N_b}$, решение которого даёт, что $N_b = \sqrt{M}$ (с округлением до ближнего большего целого). Аналогичное уравнение для точки *f*, образованное правыми частями выражений (8) и (9) не имеет аналитического решения. То есть, значение N_f может быть определено только численным путём. (Для членов последовательности $N = 1, 2, \ldots, M$ определяются $I_\Sigma^{\max}$ и $S^{\min}$, и в качестве значения *N*, соответствующего точке *f*, принимается то значение, после которого $S^{\min} > I_\Sigma^{\max}$.) Но при этом, как показывают расчёты, значение N_f остаётся меньше *M*/2 на некоторую величину ΔM, которая увеличивается по мере роста *M*. То есть, $N_f = \frac{M}{2} - \Delta M$.

Таким образом, при заданном числе элементов *M* имеем три формализованных интервала значений *N*:

- левый: $1 \le N < \sqrt{M}$;
- центральный: $\sqrt{M} \le N \le \frac{M}{2} - \Delta M$;
- правый: $\frac{M}{2} - \Delta M < N \le M$.

Отражение систем, попадающих в левый интервал, характеризуется тем, что при любых соотношениях их частей между собой по числу элементов, сохраняется неравенство $I_\Sigma > S$. То есть, в левом интервале значений N структурная упорядоченность системы всегда больше её хаотичности и $R>1$.

В правом интервале наблюдается противоположная ситуация, когда при любых структурных преобразованиях системы выполняется неравенство $S > I_\Sigma$, что соответствует преобладанию хаоса над порядком. При этом $R<1$.

В центральном интервале происходит пересечение областей возможных значений I_Σ и S, вследствие чего между ними здесь наблюдаются различные соотношения, и проявляется тенденция к взаимному уравновешиванию структурного порядка и хаоса. R-функция при этом может быть как больше, так и меньше единицы, а в ряде случаев (по линии bf) имеет место и равенство $R=1$.

Иначе говоря, *в левом интервале значений N наблюдается необратимое преобладание в структуре системы порядка над хаосом, а в правом интервале, наоборот, – необратимое преобладание хаоса над порядком. В центральном интервале, в свою очередь, преобладание как порядка над хаосом, так и хаоса над порядком является обратимым.*

Чтобы отчётливо представлять, что значит порядок левого интервала и хаос правого, а также гармония их взаимоотношений в центральном интервале, приведём образные лингвистические примеры.

Любой текст, как дискретная система с конечным множеством элементов, может быть рассмотрен в плоскости алфавита, с помощью которого он написан. Совокупности одинаковых букв при этом образуют отдельные части системы и, соответственно, для анализа структуры текста может использоваться материал настоящего раздела. Проведём такой анализ текстов, полученных различными исполнителями.

Возьмём известную обезьяну-машинистку, с которой «работал» французский математик Э.Борель, ожидая, что когда-нибудь получит от неё шекспировские строки. Проводя мысленный эксперимент, посадим обезьяну за пишущую машинку (клавиатуру компьютера). Обезьяна, случайным образом ударяя по клавишам, получает чехарду букв, лишённую всякого смысла. Такой текст олицетворяет хаос правого интервала, а его R-функция равна нулю (при длине текста, не превышающем количество букв алфавита). Посадим теперь за другую пишущую машинку дятла, который начинает методично бить по одной и той же клавише, и выдаёт однобуквенную последовательность. Текст дятла также лишён какого-либо смысла и находится в крайней левой части левого интервала, где идеальный порядок. R-функция при этом устремляется в бесконечность.

Сам собой напрашивается вывод, что наполненные смыслом содержательные тексты, по своей структурной организации, должны находиться в центральном интервале, а их R-функция должна стремиться к единице. Чтобы проверить это, пригласим А.С. Пушкина и, посадив его за третью пишущую машинку, попросим что-нибудь напечатать. Явившийся нам при этом текст, представляет собой четырнадцатистишия поэмы «Евгений Онегин», каждое из которых находится в центральном интервале, а значения R-функции равны:1-е четырнадцатистишие – R = 0.94; 2-е – R = 0.95; 3-е – R = 0.95 и т.д. То есть, А.С. Пушкин подтвердил наши предположения, показав, что содержательные, наполненные красотой и гармонией тексты, находятся в центральном интервале, а хаос и порядок в их структуре уравновешивают друг друга.

В собственно лингвистическом отношении сказанное, по-видимому, означает, что принадлежность текстов к центральному интервалу (при их длине до N^2, где N – число символов алфавита) является необходимым условием для наличия в них содержательного смысла. Но это необходимое условие не является достаточным, так как, например, обезьяний текст, при достаточно долгом его печатании, выйдет из правого интервала и войдёт в центральный, откуда в дальнейшем перейдёт в левый, где останется навсегда. При этом, при движении текста по центральному интервалу, мы навряд ли увидим в нём хотя бы одну строку из «Евгения Онегина».

Указанные особенности интервалов значений N позволяют любые дискретные системы с конечным множеством элементов, в зависимости от количества частей, на которые они разделяются в плоскости какого-либо признака, формализовано классифицировать на три типа:

- упорядоченные (левый интервал);
- синергетичные (центральный интервал);
- хаотичные (правый интервал).

Например, система на рис.1 в различных своих состояниях будет классифицироваться как: а,б – упорядоченная; в – синергетичная; г,д – хаотичная.

Заканчивая на этом рассмотрение информационно-синергетических взаимоотношений хаоса и порядка, отметим, что они имеют универсальный характер и могут использоваться при структурном анализе любых дискретных систем с конечным множеством элементов.

4 Заключение

В статье показана некорректность традиционных взглядов на соотношение в структуре дискретных систем хаоса и порядка и предложено оценивать последние с помощью синергетической теории информации. При этом обосновано, что разумной мерой структурного порядка является аддитивная негэнтропия отражения I_Σ, а мерой хаоса – энтропия отражения S. Также предложено оценивать структурную организацию систем с помощью R-функции, которая представляет собой отношение меры порядка I_Σ к мере хаоса S. В своей совокупности информационно-синергетические функции I_Σ, S, R дают в руки исследователя принципиально новый аппарат структурного анализа дискретных систем, в рамках которого все системы, в зависимости от общего количества их элементов и числа частей, классифицируются как упорядоченные, синергетичные и хаотичные.

Список литературы

[1] Э.Шредингер. Что такое жизнь? Точка зрения физика. М.: Атомиздат, 1972.

[2] Н.Винер. Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. М.: Наука, 1983.

[3] В.Б.Вяткин. Синергетическая теория информации: общая характеристика и примеры использования. Наука и оборонный комплекс – основные ресурсы российской модернизации. Материалы межрегиональной научно-практической конференции. Екатеринбург: УрО РАН: 361-390, 2002.

[4] В.Б.Вяткин. Синергетическая теория информации. Часть 1. Синергетический подход к определению количества информации. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета, 44(10): 1-24, 2008.

[5] В.Б.Вяткин. Синергетическая теория информации. Часть 2. Отражение дискретных систем в плоскости признаков их описания. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета, 45(01): 1-30, 2009.

[6] В.Б.Вяткин. Синергетическая теория информации. Часть 3. Информационные функции и энтропия Больцмана. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета, 46(2): 1-10, 2009.

[7] В.Б.Вяткин. Синергетический подход к определению количества информации. Журнал «Информационные технологии», 12: 68-73, 2009.

[8] К.Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд. иностр. лит., 1963.

[9] А.С.Мещеряков, С.А.Улыбин. Термодинамика. Феноменологическая термомеханика. М.: Химия, 1994.

[10] К.А.Путилов. Термодинамика. М.: Наука, 1971.